

AUFGABEN 7: VORLESUNG GRUNDLAGEN DER MATHEMATIK

Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass für $m, n \in \mathbb{N}_0$ mit $m \leq n$ die Beziehung $(m!(n-m)!)|n!$ gilt.

Aufgabe 2. Zeigen Sie die folgenden Aussagen.

(a) Es gibt unendlich viele Primzahlen.

(Tipp: $p_1 p_2 \cdots p_r + 1$ ist nicht durch p_1, p_2, \dots, p_r teilbar.)

(b) Es gibt beliebig große Lücken zwischen Primzahlen.

(Tipp: Überlegen Sie, welche der Zahlen $(n+1)! + 2, (n+1)! + 3, \dots, (n+1)! + n, (n+1)! + n + 1$ Primzahlen sind.)

Aufgabe 3. Definiere eine Abbildung $f: \mathbb{N}_0 \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{N}_0$ rekursiv durch

$$f(1) = 2, \quad f(n) = f(n-1) + n2^n, \quad \forall n > 1.$$

Zeigen Sie, dass $f(n) = (n-1)2^{n+1} + 2$ für alle $n \in \mathbb{N}_0 \setminus \{0\}$ gilt.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass es $n!$ totale Ordnungen auf einer n elementigen Menge gibt.

Abgabe: 04.Nov.2019 vor der Vorlesung. **Rückgabe:** 07.Nov.2019 in den Übungen.